

# Resistência e reatância elétrica de condutores de cabos elétricos

Vitor Sued Mantecon  
Junho 2005

## INTRODUÇÃO

Para o cálculo da queda de tensão em cabos, foram considerados os dados constantes nas normas abaixo relacionadas. Dessas normas alguns itens foram aqui reproduzidos com o intuito de facilitar o entendimento das premissas adotadas nos cálculos da resistência elétrica dos cabos. Para mais detalhes o leitor deverá consultar diretamente essas normas.

### 1) **NM 280 (IEC 60228, MOD – Conductors of insulated cables) - Condutores de cabos isolados.**

1.1) Esta norma especifica as seções nominais padronizadas de  $0,5\text{mm}^2$  a  $2\,000\text{mm}^2$ , bem como o número e diâmetro dos fios e valores de resistência elétrica para condutores de cabos elétricos e cordões flexíveis isolados.

#### 1.2) Introdução

O número de classes de condutor foi reduzido para quatro. Existem duas classes de condutores para cabos para instalações fixas: a Classe 1 destina-se somente a condutores sólidos e a Classe 2 a condutores encordoados (stranded). Para condutores flexíveis, existem duas classes; como elas correspondem estreitamente às classes 5 e 6 da edição de 1966, esses números de classes foram mantidos para preservar a continuidade e evitar confusão. As classes 3 e 4 foram suprimidas, na medida em que elas são relativamente pouco usadas e as classes 2 e 5, respectivamente, são consideradas adequadas para a maioria das aplicações em que as classes 3 e 4 têm sido empregadas.

Os condutores das classes 5 e 6 são destinados ao uso em cabos e cordões flexíveis, sendo a Classe 6 mais flexível que a Classe 5. São incluídos somente condutores de cobre para os condutores de flexíveis das classes 5 e 6.

Nota: A NM 280 baseia-se na revisão da norma IEC 60228:1978 e em sua Emenda Nº 1:1993, que substituíram a primeira edição, publicada em 1966.

#### 1.3) Materiais

O condutor pode consistir de:

- COBRE MOLE COM OU SEM REVESTIMENTO METÁLICO, ou
- ALUMÍNIO SEM REVESTIMENTO METÁLICO OU LIGA DE ALUMÍNIO.
- O termo “revestimento metálico” significa revestimento com uma camada fina de metal apropriado, tal como estanho, liga de estanho ou liga de chumbo.

### 1.4) **Resistência elétrica a 20° C (valores máximos) – Cabos para instalações fixas**

#### 1.4.1) CONDUTORE SÓLIDOS (Classe 1)

Cu => mole c/ ou s/ revestimento metálico, ou  
Al => sem revestimento metálico ou liga de alumínio  
Tabela 1 – pág. 9 da NM 280 Cu e Al.

#### 1.4.2) CONDUTORES ENCORDADOS CIRCULARES NÃO COMPACTADOS (Classe 2)

Cu => mole c/ ou s/ revestimento metálico, ou  
Al => sem revestimento metálico ou liga de alumínio

Tabela 2 – pág. 10 da NM 280 Cu e Al.

1.4.3) CONDUTORES ENCORDADOS CIRCULARES COMPACTADOS E ENCORDADOS NÃO-CIRCULARES (Classe 2)

Cu => mole c/ ou s/ revestimento metálico, ou

Al => sem revestimento metálico ou liga de alumínio

Tabela 2 – pág. 10 da NM 280 Cu e Al

1.5) **CONDUTORES FLEXÍVEIS** (Classes 5 e 6)  
**Resistência elétrica a 20° C (valores máximos)**

Cu => mole com ou sem revestimento metálico.

Tabelas 3 e 4 págs. 11 e 12 da NM 280.

1.6) Quando necessário, a correção para 20°C e 1 km de comprimento pode ser feita por meio da seguinte equação:

$$R_{20} = R_t \cdot k_t \cdot \frac{1000}{L} \quad (1.1)$$

onde:

$R_{20}$  é a resistência a 20°C, em ohms por quilômetro ( $\Omega/\text{km}$ );

$R_t$  é a resistência elétrica medida de L metros de cabo ou cordão flexível a t °C, em ohms ( $\Omega$ );

L é o comprimento do cabo ou cordão flexível, em metros (m);

t é a temperatura do condutor, no momento da medição, em graus Celsius (°C)

$k_t$  fator de correção dados na tabela 5 – pág. 13 da NM 280. Esses valores são baseados na seguinte equação (aproximada):

$$k_t = \frac{1}{1 + 0,004(t - 20)} = \frac{250}{230 + t} \quad (1.2)$$

As equações mais exatas para o cálculo dos fatores de correção para o Cu e o Al são:

**Condutores de cobre:** Com ou sem revestimento metálico

$$k_{tCu} = \frac{254,5}{234,5 + t} = \frac{1}{1 + 0,00393(t - 20)} \quad (1.3)$$

**Condutores de Alumínio ou liga de alumínio:**

$$k_{tAl} = \frac{248}{228 + t} = \frac{1}{1 + 0,00403(t - 20)} \quad (1.4)$$

Os valores dos **coeficientes de temperatura a** para correção das **resistências** são dados na IEC 60028: International Standard of Resistance for Copper e na IEC 60111: Recommendation for the Resistivity of Commercial Hard-drawn Aluminium Electrical Conductor Wire.

Para o cobre  $a_{Cu} = 0,00393^\circ C^{-1}$  e para o alumínio  $a_{Al} = 0,00403^\circ C^{-1}$

Nota: A IEC-60028 faz referência as seguintes normas:

IEC- 28 25 – International standard of resistance for copper – de 1925.

(Spécification internationale d'un cuivre-type recuit).

IEC = International Electrotechnical Commission

## **ANEXO A = Suplemento A à norma IEC 60228:1978 – Condutores de cabos isolados – Guia para os limites dimensionais de condutores circulares**

Este suplemento trata de condutores circulares de cabos. O objetivo deste suplemento é servir de guia para os fabricantes de cabos e conectores para cabos, contribuindo para assegurar que os condutores dos cabos e os conectores se ajustem dimensionalmente.

Limites dimensionais para condutores circulares de cobre. Tab. A1 pág. 16 da NM 280.

Limites dimensionais para condutores circulares de alumínio. Tab. A2 pág. 17 da NM 280.

No caso excepcional de condutores encordoados circulares não-compactados de **alumínio**, é conveniente que os diâmetros máximos não excedam os valores correspondentes para os condutores de cobre dados na coluna 3 da tabela A1 pág. 16 da NM 280.

## **ANEXO B = Adaptações da IEC 60228:1978 aplicáveis no âmbito do MERCOSUL**

### **Características elétricas dos fios de cobre**

1.7) Resistividade elétrica, a 20°C. dos fios de cobre nu não deve exceder

$$\mathbf{r} = 0,017241 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m} \text{ ou } \mathbf{d} = 0,15328 \cdot \Omega \cdot \text{g} / \text{m}^2 \text{ (resistividade de massa)}$$

correspondendo à condutividade de 100% IACS (International Annealed Copper Standard)

1.8) A resistividade elétrica, a 20°C, dos fios de cobre revestido não deve exceder os valores estabelecidos na tabela B.3 – pág.19 da NM 280.

1.9) Para efeitos de cálculo, a **massa específica** do cobre deve ser considerada igual a  $8.890 \text{kg} / \text{m}^3$ , a **20° C** tanto para o fio nu quanto para o fio revestido.

### **1.10) Condutores flexíveis (Classe4).**

Esta classe de condutor é mantida no âmbito do MERCOSUL. Os condutores devem consistir de cobre mole com ou sem revestimento metálico. A **resistência elétrica** de cada condutor, a 20°C, não deve exceder o valor máximo correspondente dado na: tabela B4 – pág. 21 da NM 280.

## **2) IEC 28 25 (IEC 60028) International standard of resistance for copper**

Definições:

2.1) Resistividade (volume resistivity)

$$\mathbf{r} = R \frac{A}{l} \quad [\Omega \cdot \text{m}] \quad (2.1)$$

2.2 ) Resistividade de massa (mass resistivity – densirésistivité)

$$\mathbf{d} = \frac{R M}{l A} \quad [\Omega.kg/m^2] \quad (2.2)$$

onde

$R$  = resistência em ohms;

$A$  = área da seção transversal em  $m^2$  ;

$M$  = massa em kg;

$l$  = comprimento em metros.

Nota: A relação entre a massa específica de uma substância e a massa específica da água é chamada **densidade** da substância. A **massa específica** (em kg/metro cúbico) de algumas substâncias é apresentada abaixo. (o símbolo também é  $\rho$ )

Massas específicas em (kg/m <sup>3</sup> ) a 0° C e 1 atmosfera	
Ar	1,293
Água	1,00 x 10 <sup>3</sup>
Cobre	8,9 x 10 <sup>3</sup>
Alumínio	2,70 x 10 <sup>3</sup>

Referência: tabela 17-1 pág. 455 – Física I – Halliday Hesnick

2.3) Relação entre a resistividade ( $\mathbf{r}$ ), resistividade de massa ( $\mathbf{d}$ ) e a densidade ( $\mathbf{d}$ ) (na realidade é a **massa específica**)

$$\mathbf{d} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{d} \quad (2.3)$$

2.4) **Cobre recozido padrão (standard annealed copper)**

2.4.1) **Resistividade** à temperatura de 20° C:

$$\mathbf{r} = \frac{1}{58} = 0,017241... \quad \left[ \frac{\Omega.mm^2}{m} \right] \quad (2.4)$$

2.4.2) **Densidade (massa específica)** à temperatura de 20° C

$$\mathbf{d} = 8,89 \text{ [g/cm}^3] \quad (2.5)$$

2.4.3) **Coefficiente de dilatação linear do Cu recozido a 20° C**

$$\mathbf{a}_l = 0,000017 \text{ } ^\circ C^{-1} \quad (2.6)$$

2.4.4) **Coefficiente de variação com a temperatura da resistência do Cu recozido a 20° C**

A NM 280 denomina "coeficiente de temperatura para correção da resistência"

$$\mathbf{a}_{Cu} = 0,00393 \text{ } ^\circ C^{-1} \quad (2.7)$$

3) **Resistência, resistividade e condutividade** (ref. Física – Halliday Hesnick)

$$\mathbf{r} = \frac{E}{j} \quad [\Omega.m] \quad \text{definição da resistividade.} \quad (3.1)$$

$E$  intensidade de campo elétrico [Volt/m]

$j$  densidade de corrente [A/m<sup>2</sup>]

3.1) Coeficiente de temperatura para a resistividade numa temperatura particular

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dT} \quad [^{\circ}\text{C}^{-1}] \quad (3.2)$$

$\mathbf{a}$  é a variação específica da resistividade ( $d\mathbf{r}/\mathbf{r}$ ) por unidade da variação da temperatura.

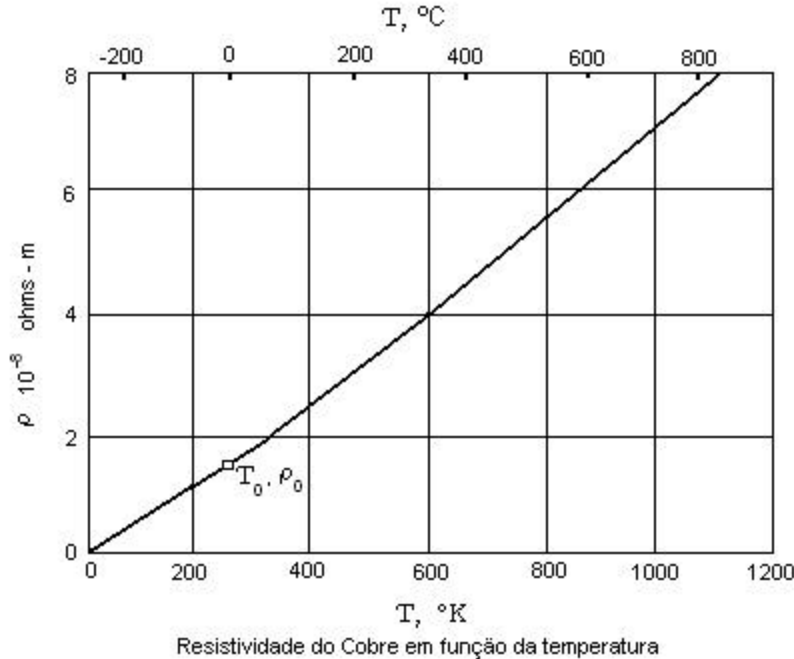
Depende da temperatura. Para o cobre a 20 °C, temos  $\mathbf{a} = 3,9 \cdot 10^{-3} / ^{\circ}\text{C}$ , ou seja, a resistividade cresce de 0,39% quando a temperatura se eleva de 1 °C, em torno de 20 °C.

3.2) Tabela de propriedades dos metais como condutores

Metal	Resistividade (a 20°C) Ohm-m	Coeficiente de temperatura para a resistividade $\mathbf{a}$ (/ °C)	Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	Ponto de fusão ( °C)
Alumínio	$2,8 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$	2,7	659
Cobre	$1,7 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$	8,9	1.080
Ferro	$1,0 \times 10^{-7}$	$5,0 \times 10^{-3}$	7,8	1.530
Níquel	$7,8 \times 10^{-8}$	$6 \times 10^{-3}$	8,9	1.450
Prata	$1,6 \times 10^{-8}$	$3,8 \times 10^{-3}$	10,5	960
Aço	$1,8 \times 10^{-7}$	$3 \times 10^{-3}$	7,7	1.510

Fonte: tabela 31-1 Física II – pág. 861 – Física II – Halliday Hesnick

3.3) Equação empírica para o cálculo da resistividade  $\mathbf{r}$ , em qualquer temperatura T



Para o **cobre** a curva da resistividade com a temperatura pode ser aproximada pela reta da equação (3.3), num intervalo de temperaturas, como por exemplo entre 0 °C e 500 °C, tomando como referência um ponto  $T_0 = 0^\circ C$  e  $r_0 = 1,56 \cdot 10^{-8} \Omega.m$

$$r = r_0 [1 + \bar{a}(T - T_0)] \quad (3.3)$$

explicitando  $\bar{a}$  obtemos:

$$\bar{a} = \frac{1}{r_0} \cdot \frac{r - r_0}{T - T_0} \quad (3.4)$$

Comparando esta equação (3.4) com a equação (3.2), vemos que  $\bar{a}$  é um **coeficiente médio de temperatura**, para a **resistividade**, entre dois valores escolhidos de temperaturas, em vez de ser, como  $a$ , um *coeficiente de temperatura*, para *resistividade*, numa temperatura particular

3.4) Analogia entre o escoamento de carga causado por uma diferença de potencial e a propagação do calor causada por uma diferença de temperatura.

Seja uma placa delgada, condutora de eletricidade, de espessura  $\Delta x$  e área A. Sujeitomo-la a uma diferença de potencial  $\Delta V$ . Temos:

$$R = r \frac{l}{A} \quad e \quad i = \frac{\Delta V}{R} \quad \text{implica que} \quad i = \frac{\Delta V \cdot A}{r \Delta x} \quad (3.5)$$

No caso limite, a placa passará a ter espessura  $dx$

$$i = \frac{1}{\mathbf{r}} A \frac{dV}{dx} \quad \text{ou} \quad \frac{dq}{dt} = -\mathbf{s} A \frac{dV}{dx} \quad (3.6)$$

onde  $\mathbf{s} \left( = \frac{1}{\mathbf{r}} \right)$  é a **condutividade** do material. Visto como as cargas positivas se escoam no sentido dos potenciais decrescentes, introduzimos um sinal negativo para dizer que  $\frac{dq}{dt}$  e  $\frac{dV}{dx}$  terão sinais contrários.

A equação análoga do escoamento do calor é 
$$\frac{dQ}{dt} = -k A \frac{dT}{dx} \quad (3.7)$$

onde se verifica que  $k$ , a **condutividade térmica**, corresponde a  $\mathbf{s}$  e,  $\frac{dT}{dx}$ , gradiente de temperatura, corresponde a  $\frac{dV}{dx}$ , gradiente de potencial.

A condutividade do cobre é  $\mathbf{s}_{Cu} = 58.10^6 \Omega^{-1} m^{-1}$  (3.8)

e a do alumínio é  $\mathbf{s}_{Al} = 38.10^6 Sm^{-1}$  (3.9)

#### 4) **Cálculo da Resistência em c.a.** – Ref. Underground power cables – S.Y.King

A resistência em corrente contínua a temperatura de operação por **unidade de comprimento** do cabo encordoado (stranded) pode ser calculado pela equação:

$$R_{dc} = \frac{\mathbf{r}_{20}}{A} \left[ 1 + \mathbf{a}_{20} (T_{\max} - 20) \right] (1 + Z) \quad \Omega m^{-1} \quad (4.1)$$

onde:

$\mathbf{r}_{20}$  é a resistividade do metal do condutor, a 20°C, em  $\Omega m$ ;

$A$  é a área da secção transversal do condutor, em  $m^2$ ;

$\mathbf{a}_{20}$  é o coeficiente de temperatura para a resistência por °C, na temperatura de 20°C.

Para o cobre  $\mathbf{a}_{20} = 0,00393^\circ C^{-1}$ , e para o alumínio  $\mathbf{a}_{20} = 0,00403^\circ C^{-1}$ ;

$T_{\max}$  é a temperatura máxima de operação do condutor em °C;

$Z$  é um fator que considera o encordoamento e o número de camadas

$Z = 0,03$  p/cabos unipolares (single core cables) com área da secção transversal  $\leq 500mm^2$ .

$Z = 0,04$  para cabos maiores.

A resistência em corrente alternada é igual a  $R_{dc}$  modificada para levar em conta os efeitos pelicular e de proximidade.

$$R_{ac} = R_{dc} (1 + Y_s + Y_p) \quad (4.2)$$

onde:

$R_{ac}$  é a resistência em c.a. do condutor à máxima temperatura de operação em  $\Omega/m$ .

$Y_s$  é o fator devido ao efeito pelicular (skin effect).

$Y_p$  é o fator devido ao efeito de proximidade.

O efeito **pelicular** pode ser desprezado para cabos com seção transversal **menor que 150 mm<sup>2</sup> (diâmetro 14 mm)**

O efeito de **proximidade** pode ser desprezado para cabos com seção transversal **menor que 185mm<sup>2</sup>**.

4.1) O fator devido ao efeito pelicular pode ser calculado pela seguinte fórmula empírica:

$$Y_s = \frac{x_s^4}{192 + 0.8x_s^4} \quad (4.3)$$

onde:

$$x_s = \sqrt{\frac{2\mu\mu_0 f \cdot k_s}{R_{dc}}} = \sqrt{8\mu 10^{-7}} \cdot \sqrt{\frac{f \cdot k_s}{R_{dc}}} \quad (4.4)$$

onde:  $\mu = 4\mu_0 \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  é a permeabilidade magnética do vácuo.

$\mu$  = permeabilidade relativa

f = frequência em Hz

$R_{dc}$  = resistência do condutor em Ohms/m

$k_s$  = fator de correção = 1 para condutores sólidos ou encordoados

nota: o valor de  $k_s$  só é diferente de 1 para condutores segmentados com ou sem duto central (para 4 segmentos  $k_s = 0.435$  e para 6 segmentos  $k_s = 0.390$ )

4.2) O fator de proximidade pode ser calculado pela seguinte fórmula empírica

$$Y_p = \frac{x_p^4}{192 + 0,8x_p^4} \left( \frac{d_c}{S} \right)^2 \left[ 0,312 \left( \frac{d_c}{S} \right)^2 + \frac{1,18}{\frac{x_p^4}{192 + 0,8x_p^4} + 0,27} \right] \quad (4.5)$$

onde:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\mu\mu_0 f \cdot k_p}{R_{dc}}} = \sqrt{8\mu 10^{-7}} \cdot \sqrt{\frac{f \cdot k_p}{R_{dc}}} \quad (4.6)$$

$d_c$  = diâmetro do condutor em metros;

S = distância entre condutores em metros;

$k_p$  = fator de correção = 0,8 para condutores sólidos ou encordoados, e também para "Hollow conductors").

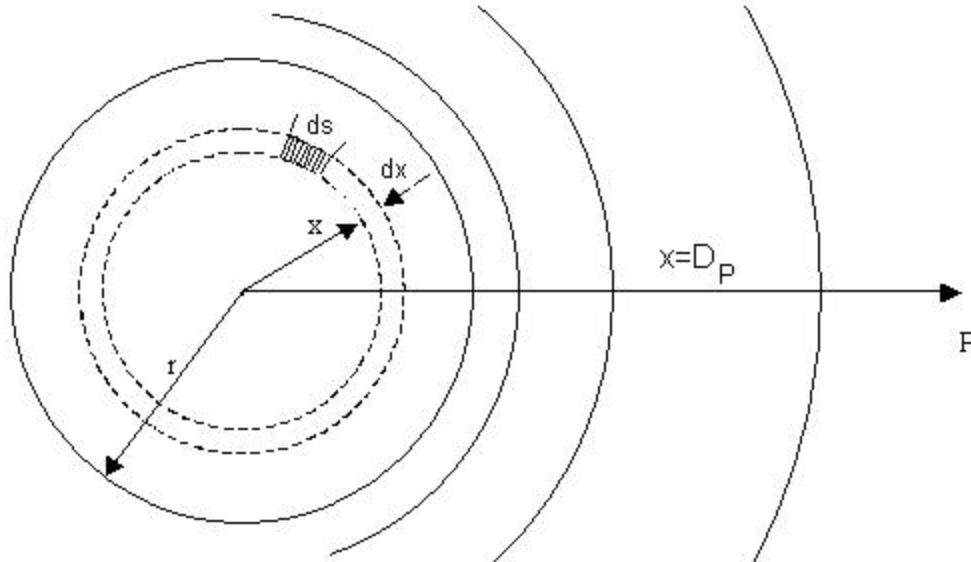
Nota  $k_p = 0,370$  para cabos segmentados com ou sem duto central de 4 segmentos



## 5) Cálculo da indutância de condutores

Referência: livro do Stevenson e "Electric Power Transmission" de John Zaborszki

Seja um condutor cilíndrico bastante longo transportando uma corrente  $I$ . Vamos admitir que o retorno da corrente se dê a uma distância tão grande que não afete o campo magnético do condutor considerado. Nestas condições, as linhas de fluxo serão concêntricas ao condutor.



A força magnetomotriz (fmm), em ampéres-espiras, ao longo de qualquer contorno é igual à corrente que atravessa a área delimitada por esse contorno. A fmm também é igual à integral da componente tangencial da intensidade do campo magnético ao longo do contorno.

$$Fmm = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{envolvida}} \quad [A\text{-esp}] \quad (5.1)$$

A uma distância  $x$  ( $x = D_p$ ) do centro do condutor temos:

$$Fmm = H \cdot 2\pi x = I \quad [A\text{-esp}] \quad (5.2)$$

$$\text{portanto } H = \frac{I}{2\pi x} \quad \left[ \frac{A}{m} \text{ ou Henry} \right] \quad (5.3)$$

5.1) Fluxo concatenado **externo** ao condutor

A densidade de fluxo magnético a  $x$  metros do centro do condutor é:

$$B_{\text{ext}} = \mu H_{\text{ext}} = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad \left[ \frac{\text{Web}}{m^2} \right] \quad (5.4)$$

onde

$$\mu = \mu_0 \mu_r = 1,04\pi \times 10^{-7} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \text{ permeabilidade magnética do meio}$$

$$\text{O fluxo magnético é dado por } \Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (5.5)$$

O elemento de área é  $ds = dxL$  onde  $L$  é o comprimento do condutor

Logo o fluxo por metro de comprimento do cabo, num ponto P distante  $D_p$  do centro do condutor será:

$$\Phi_{ext} = \int_r^{D_p} B_{ext} \cdot dx = \int_r^{D_p} 2 \times 10^{-7} \frac{I}{x} dx \quad (5.6)$$

$$\Phi_{ext} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_p}{r} \left[ \frac{Wb}{m \text{ de condutor}} \right] \quad (5.7)$$

O fluxo concatenado  $\Psi_{ext}$ , por metro de comprimento é igual ao fluxo  $\Phi_{ext}$ , pois o fluxo externo ao condutor concatena toda a corrente do condutor uma e somente uma vez.

$$\text{logo } \Psi_{ext} = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_p}{r} \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (5.8)$$

Como podemos ver o fluxo concatenado por metro (flux linkage) de um condutor de comprimento infinito (correspondendo a  $D_p \rightarrow \infty$ ) será infinito; entretanto isso não é fisicamente possível pois isto implicaria que a corrente de retorno também estivesse no infinito.

## 5.2) Fluxo concatenado devido a distribuição de corrente interna ao condutor

Supondo uma distribuição uniforme de corrente no interior do condutor, o fluxo concatenado será calculado levando-se em conta que cada linha de fluxo interno enlaça apenas uma fração da corrente total.

A intensidade de campo magnético  $H_x$  a uma distância de  $x$  metros do centro do condutor é constante em todos os pontos eqüidistantes do centro do condutor. Seja  $I_x$  a fração da corrente envolvida.

$$I_x = \frac{\rho x^2}{\rho r^2} I \quad (5.9)$$

$$\text{como } \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_x \Rightarrow 2\rho x H_x = \frac{\rho x^2}{\rho r^2} I \quad (5.10)$$

$$\text{logo } H_x = \frac{I}{2\rho r^2} x \left[ \frac{A \cdot \text{esp}}{m} \right] \quad (5.11)$$

A densidade de fluxo a  $x$  metros do centro do condutor será

$$B_{int} = \mu H_x = \frac{\mu I}{2\rho r^2} x \left[ \frac{Wb}{m^2} \right] \quad (5.12)$$

No elemento tubular de espessura  $dx$ , o fluxo  $d\Phi_x$  é  $B_{\text{int}}$  vezes a área da seção transversal do elemento, normal às linhas de fluxo, sendo esta área igual da  $dx$  vezes o comprimento axial do condutor. O fluxo por **unidade de comprimento** do cabo será dado por

$$d\Phi_x = B_{\text{int}} \cdot dx = \frac{\mathbf{m}I}{2\mathbf{p}r^2} x dx \quad \left[ \frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right] \quad (5.13)$$

Logo o fluxo concatenado  $d\mathbf{y}$ , por metro de comprimento, causado pelo fluxo no elemento tubular, será o produto deste fluxo por metro de comprimento pela fração da corrente envolvida pelo elemento tubular

$$d\mathbf{y}_x = \frac{\mathbf{p}x^2}{\mathbf{p}r^2} d\Phi_x = \frac{\mathbf{m}I}{2\mathbf{p}r^4} x^3 dx \quad \left[ \frac{\text{Wb} \cdot \text{e}}{\text{m}} \right] \quad (5.14)$$

Integrando desde o centro do condutor até a periferia do condutor, para achar  $\mathbf{y}_{\text{int}}$ , o fluxo concatenado total no interior do condutor, teremos

$$\mathbf{y}_{\text{int}} = \int_0^r \frac{\mathbf{m}I}{2\mathbf{p}r^4} x^3 dx$$

$$\mathbf{y}_{\text{int}} = \frac{\mathbf{m}I}{8\mathbf{p}} \left[ \frac{\text{Wb} \cdot \text{e}}{\text{m}} \right] \quad \text{mas} \quad \mathbf{m} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{m} = 4\mathbf{p} \times 10^{-7} \quad \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\mathbf{y}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} I \left[ \frac{\text{Wb} \cdot \text{e}}{\text{m}} \right] \quad (5.15)$$

Logo a indutância de um condutor devida ao fluxo interno será:

$$L = \frac{\mathbf{y}_{\text{int}}}{I} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \left[ \frac{\text{H}}{\text{m}} \right] \quad (5.16)$$

Note que no caso de uma distribuição uniforme de corrente o fluxo concatenado interno é independente das dimensões próprias do condutor.

### 5.3) Fluxo concatenado total

O fluxo concatenado total por metro de condutor, produzido por todo o fluxo interno ao cilindro de raio  $D_p$  (um ponto P externo ao condutor) será a soma do fluxo concatenado interno e externo ao condutor

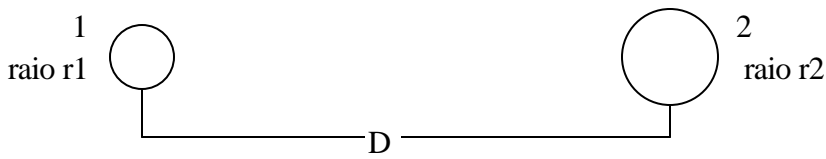
$$\mathbf{y}_p = \mathbf{y}_{int} + \mathbf{y}_{ext} = I \cdot \frac{1}{2} \times 10^{-7} + I \cdot 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_p}{r} \quad \left[ \text{Wb} \cdot \frac{\text{e}}{\text{m}} \right] \quad (5.17)$$

$$\mathbf{y}_p = I \cdot 2 \times 10^{-7} \left( \frac{1}{4} + \ln \frac{D_p}{r} \right) \quad \left[ \text{Wb} \cdot \frac{\text{e}}{\text{m}} \right] \quad (5.18)$$

mas  $\frac{1}{4} = \ln e^{1/4}$  e portanto podemos escrever

$$\mathbf{y}_p = I \cdot 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_p}{r \cdot e^{-1/4}} \quad \left[ \text{Wb} \cdot \frac{\text{e}}{\text{m}} \right] \quad (5.19)$$

#### 5.4) Indutância de uma linha monofásica a dois fios



Vamos considerar uma linha simples constituída de dois condutores sólidos de seção circular. Um condutor é o circuito de retorno para o outro. Consideremos inicialmente apenas o fluxo concatenado com o circuito gerado pela corrente do condutor 1. Uma linha de fluxo com raio maior ou igual a  $D + r_2$  e com centro no condutor 1 não estará concatenado com o circuito, não induzindo portanto nenhuma tensão. Ou seja, a corrente enlaçada por esta linha de fluxo é nula, pois a corrente no condutor 2 é igual e de sentido contrário à do condutor 1. Uma linha de fluxo externa ao condutor 1 e com raio menor ou igual a  $D - r_2$  envolve uma vez a corrente total. As linhas de fluxo com raio entre  $D - r_2$  e  $D + r_2$  (ou seja, as que cortam o condutor 2) envolvem uma fração de corrente que varia entre 1 e zero. O problema pode ser simplificado admitindo  $D$  tão grande em relação a  $r_1$  e  $r_2$  que a densidade de fluxo possa ser considerada uniforme neste intervalo, o que equivale a considerar que o fluxo produzido pela corrente do condutor 1, compreendido até o centro do condutor 2, enlace toda a corrente  $I$ , e que a parcela de fluxo que ultrapasse esta distância não enlace nenhuma corrente. Pode-se demonstrar que esta aproximação é válida mesmo quando  $D$  é pequeno.

A indutância total do circuito devida apenas à corrente do condutor 1 pode ser calculada pela equação (5.19) substituindo  $D_p$  pela distância  $D$  entre os condutores 1 e 2 e  $r$  pelo raio  $r_1$  do condutor 1.

$$L_1 = \frac{\mathbf{Y}_1}{I} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1 e^{-1/4}} \quad (5.20)$$

Fazendo  $r_1 e^{-1/4} = r_1'$ , obtemos

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1'} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (5.21)$$

O raio  $r_1'$  corresponde a um condutor fictício, sem fluxo interno, porém a mesma indutância do condutor real de raio  $r_1$ . A constante  $e^{-1/4} = 0,7788$  só é aplicável a condutores **sólidos** de seção circular.

Tendo a corrente do condutor 2 sentido oposto à da corrente do condutor 1 (está defasada de  $180^\circ$ ), o fluxo concatenado por ela produzido, considerado isoladamente, envolve o circuito com o mesmo sentido de fluxo produzido pela corrente do condutor 1. O fluxo resultante é determinado de fato pela soma da FMMs dos dois condutores. No entanto, considerando a permeabilidade magnética constante, podemos somar os enlaces de fluxo (e do mesmo modo as indutâncias) dos dois condutores considerados isoladamente.

A indutância devida à corrente no condutor 2 é:

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_2'} \quad \frac{H}{m} \quad (5.22)$$

e para o circuito completo

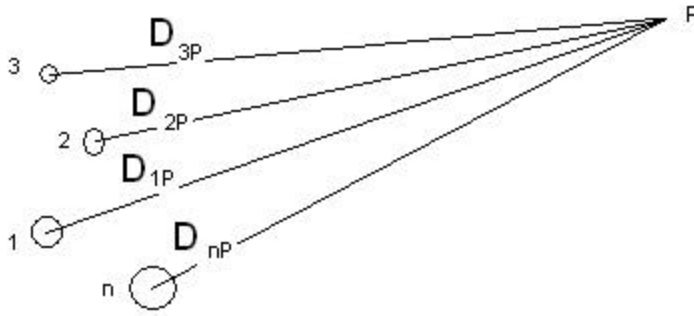
$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r_1' r_2'}} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (5.23)$$

Se  $r_1' = r_2' = r'$ , a equação da indutância total se reduz a

$$L = L_1 + L_2 = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (5.24)$$

A equação (5.24) dá a indutância de uma linha de dois condutores, considerando os fluxos concatenados produzidos pelas correntes em ambos, e sendo um deles considerado como retorno. Este valor é algumas vezes chamado *indutância por metro de linha* ou *indutância por milha de linha*, para diferenciar da indutância de um circuito que considera a corrente de um condutor apenas. Esta última, que é dada pela equação (5.21), vale metade da indutância total de uma linha monofásica e é chamada *indutância por condutor*.

6) Fluxo concatenado com um condutor em um grupo de condutores



Os condutores 1, 2, 3, ..., n conduzem as correntes fasoriais  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$  cuja soma é nula. Suas distâncias ao ponto P são designadas por  $D_{1P}, D_{2P}, D_{3P}, \dots, D_{nP}$ . Vamos determinar  $\mathcal{Y}_{1P1}$ , o fluxo concatenado com o condutor 1, devido à corrente  $I_1$ , incluindo o fluxo interno, excluindo porém todo o fluxo além do ponto P.

Pela equação (5.19) temos:

$$\mathcal{Y}_{1P1} = I_1 \cdot 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{1P}}{r_1 \cdot e^{-1/4}} \quad \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (6.1)$$

Lembrando que  $r_1 e^{-1/4} = r_1'$ , podemos escrever

$$\mathcal{Y}_{1P1} = I_1 \cdot 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} \quad \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (6.2)$$

O fluxo concatenado  $\mathcal{Y}_{1P2}$ , com o condutor 1, devido a  $I_2$ , porém excluindo o fluxo além de P, é igual ao fluxo produzido por  $I_2$  entre o ponto P e o condutor 1 (isto é, limitado pelas distâncias  $D_{2P}$  e  $D_{12}$  - notar que somente as linhas de fluxo produzidas pelo condutor 2 com raio maior que  $D_{12}$ , concatenam com o condutor 1), portanto

$$\mathcal{Y}_{1P2} = I_2 \cdot 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} \quad \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (6.3)$$

O fluxo concatenado com o condutor 1,  $\mathcal{Y}_{1P}$ , devido a todos os condutores do grupo, excluindo o fluxo além de P, é

$$\mathcal{Y}_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{D_{1P}}{r_1'} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{1n}} \right) \quad (6.4)$$

Sendo nula a soma das correntes fasoriais, temos:

$$I_n = -(I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1}) \quad (6.5)$$

Expandindo e re-agrupando os termos logarítmicos da equação (6.4) e substituindo  $I_n$  pela equação (6.5), obtemos:

$$\mathcal{Y}_{1P} = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right. \\ \left. + I_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{nP}} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{nP}} + I_3 \ln \frac{D_{3P}}{D_{nP}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{(n-1)P}}{D_{nP}} \right) \quad (6.6)$$

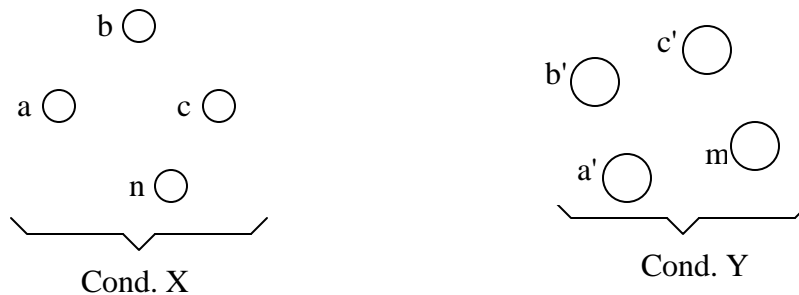
Removendo o ponto P para bem longe, de modo que o conjunto dos termos com logaritmos de quocientes de distâncias ao ponto P se tornem infinitesimais, pois estas distâncias tendem à unidade, obtemos:

$$\mathcal{Y}_1 = 2 \times 10^{-7} \left( I_1 \ln \frac{1}{r_1'} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + I_3 \ln \frac{1}{D_{13}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) \quad \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (6.7)$$

O afastamento do ponto P a uma distância infinitamente grande do conjunto de condutores é equivalente à inclusão de todo o fluxo concatenado com o condutor 1, em um grupo de condutores nos quais a soma das correntes seja nula. Se estas correntes forem alternadas, o fluxo concatenado instantâneo será obtido através dos valores instantâneos das correntes e o fluxo concatenado fasorial será obtido a partir dos valores eficazes complexos das correntes.

#### 7) Indutância de linhas com condutores compostos

Um condutor constituído de dois ou mais elementos ou fios em paralelo é chamado *condutor composto*, e nesta classificação estão incluídos os condutores encordoados ou cabos condutores.



O condutor X é composto de  $n$  fios circulares idênticos em paralelo, cada um dos quais leva uma corrente  $I/n$ . O condutor Y, que é o circuito de retorno do condutor X, é composto de  $m$  fios circulares idênticos em paralelo, cada um dos quais leva uma corrente  $-I/m$ . As distâncias entre os elementos serão designadas pela letra  $D$  com subscritos adequados. Aplicando a equação (6.7) ao fio  $a$  do condutor X, obtemos o fluxo concatenado do fio  $a$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_a = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} & \left( \ln \frac{1}{r_a'} + \ln \frac{1}{D_{ab}} + \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{an}} \right) \\ & - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{m} \left( \ln \frac{1}{D_{aa'}} + \ln \frac{1}{D_{ab'}} + \ln \frac{1}{D_{ac'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{am}} \right) \end{aligned} \quad (7.1)$$

donde, agrupando os termos,

$$\mathbf{y}_a = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \quad \left[ \frac{Wbe}{m} \right] \quad (7.2)$$

Dividindo a equação (7.1) pela corrente  $I/n$  achamos a indutância do fio  $a$

$$L_a = \frac{\mathbf{y}_a}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{r_a' D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}}} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (7.3)$$

Do mesmo modo, a indutância do fio  $b$  é

$$L_b = \frac{\mathbf{y}_b}{I/n} = 2n \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[m]{D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_b a' r_b' D_{bc} \dots D_{bn}}} \quad \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (7.4)$$

A indutância média dos fios do condutor composto X é

$$L_{av} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad (7.5)$$

O condutor composto X é constituído de  $n$  fios eletricamente em **paralelo**. Se todos tivessem a mesma indutância, a indutância do condutor composto será  $1/n$  vezes a indutância de um fio. As indutâncias deste caso são diferentes, porém a indutância de todos eles em paralelo é  $1/n$  vezes a indutância média. Portanto, a indutância do condutor composto X é

$$L_x = \frac{L_{av}}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (7.6)$$

Substituindo na equação (7.6) a expressão logarítmica da indutância de cada fio e re-combinando os termos, obtemos:



$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[mn]{(D_{aa'} D_{ab'} D_{ac'} \dots D_{am'}) (D_{ba'} D_{bb'} D_{bc'} \dots D_{bm'}) \dots (D_{na'} D_{nb'} D_{nc'} \dots D_{nm'})}}{r'^2 \sqrt[n^2]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac} \dots D_{an}) (D_{ba} D_{bb} D_{bc} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} D_{nb} D_{nc} \dots D_{nn})}} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

(7.7)

onde  $r'_a$ ,  $r'_b$  e  $r'_n$  foram substituídos por  $D_{aa}$ ,  $D_{bb}$  e  $D_{nn}$ , respectivamente, para tornar a expressão mais simétrica.

O numerador do argumento do logaritmo da equação (7.7) é a raiz  $mn$ -ésima do produto das  $mn$  distâncias e é chamada de **distância média geométrica**, entre os condutores X e Y. Ela é abreviada por  $D_m$  ou DMG e é também chamada de DMG *mútua* entre os dois condutores.

GMD = "Geometric Mean Distance" =  $D_m$  = mutual GMD

O denominador do argumento do logaritmo da equação (7.7) é a raiz  $n^2$ -ésima do produto de  $n^2$  termos. Algumas vezes o  $r'$  de cada fio é denominado distância do fio a si próprio, especialmente quando é indicado por  $D_{aa}$ . Dentro dessa idéia, os termos sob o radical do denominador podem ser descritos como os produtos de das distâncias de cada fio do condutor a si mesmo e aos outros fios. A raiz  $n^2$ -ésima desse produto é denominado DMG própria do fio. A DMG própria também é denominada **raio médio geométrico** ou RMG ou ainda  $D_s$ .

self GMD = GMR = "Geometric Mean Radius" =  $D_s$ .

Em termos de  $D_m$  e  $D_s$ , a equação (7.7) ficará

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \left[ \frac{H}{m} \right] \quad (7.8)$$

A equação (7.8) é análoga a equação (5.21) – indutância **por condutor** – vemos, portanto, que a equação da indutância de *um condutor* de uma linha de condutor composto é obtida substituindo na equação (5.21) a distância entre os condutores sólidos de uma linha de condutores simples pela **DMG** entre condutores de uma linha de condutores compostos e pela substituição do **RMG** ( $r'$ ) do condutor simples pelo **RMG** do condutor composto. A equação (7.8) dá a indutância de um condutor de uma linha monofásica. O condutor é constituído de todos os fios que estiverem conectados em paralelo. A indutância é igual ao fluxo concatenado total do condutor composto por unidade de corrente da linha. Pela equação (5.21), calcula-se a indutância de um condutor de uma linha monofásica para o caso particular em que o condutor seja apenas um fio sólido de seção circular.

A indutância do condutor composto Y é determinada de modo semelhante, e a indutância da linha é

$$L = L_X + L_Y$$

8) A Indutância por condutor será dada por:

$$X = 2\pi f \cdot 2 \times 10^{-4} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad [\Omega/km]$$

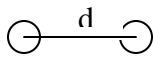
$$D_m = \sqrt{D_{12} * D_{23} * D_{31}}$$

9) Se uma linha monofásica for constituída de 2 cabos encordoados raramente será necessário calcular a DMG (GMD ou  $D_m$  = mutual GMD) entre os fios, uma vez que esta será aproximadamente igual à distância entre os centros dos dois cabos. Este cálculo da DMG mútua só será necessário quando os diversos fios (ou condutores) em paralelo estiverem separados entre si por distâncias da mesma ordem de grandeza que a entre os dois lados do circuito. Por exemplo, podemos considerar uma linha com condutores compostos, constituída de (lado X) três cabos (a, b, c) dispostos verticalmente e separados entre si por uma distância de 6 m, isto é  $D_{ab} = D_{bc} = 6m$ , e o lado Y constituído de apenas dois cabos (d,e) também separados de 6m entre si, ou seja,  $D_{de}=6m$  na vertical. Horizontalmente o cabo “a” do lado X está separado do cabo “d” do lado Y por uma distancia de 9m, o mesmo ocorre com os cabos “b” e “e”, ou seja,  $D_{ad} = D_{be} = 9m$ . Neste caso, é importante o cálculo da DMG mútua ( $D_m$ ). Para cabos encordoados, a distância entre os lados da linha é em geral tão grande que a DMG mútua pode ser tomada como igual à distância entre os centros dos cabos, com erro desprezível.

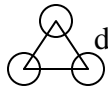
10) Se, em um cabo CAA, for desprezado o efeito do núcleo dos fios de aço no cálculo da indutância, obteremos um resultado bastante preciso desde que os fios de alumínio estejam dispostos em um número par de camadas. O efeito daquele núcleo será mais evidente quando os fios de alumínio formarem um número impar de camadas, porém, mesmo assim, considerando-se apenas o alumínio, o resultado obtido será razoavelmente preciso.

### 11) CABOS MÚLTIPLOS

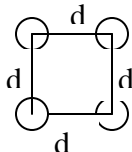
O efeito corona torna-se excessivo nas tensões acima de 230kv, isto é, para extra-altas-tensões (EAT), aumentando excessivamente, em conseqüência, as perdas de potência e a interferência nas comunicações, quando o circuito é constituído apenas de um condutor por fase. Na faixa de EAT, a colocação de dois ou mais condutores em paralelo por fase, bastantes próximos em relação à distância entre fases, reduz de forma substancial o gradiente de potencial nos condutores. Os condutores com esta disposição são denominados “cabos múltiplos” e consistem em 2, 3 ou 4 condutores.



2 condutores



3 condutores



4 condutores

A menos que exista uma transposição entre os condutores de um cabo múltiplo, a corrente não será distribuída de maneira uniforme entre os condutores, mas esta diferença não tem importância prática e o método da DMG é suficientemente preciso.

O aumento do número de condutores em um cabo múltiplo reduz o efeito corona e a reatância. A redução da reatância no cabo múltiplo resulta de um aumento do RMG (self GMD).

Para um cabo de 2 condutores temos :

$$GMD_{self} = D_s^b = \sqrt[4]{D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{bb} \cdot D_{ba}}$$

$$GMD_{self} = D_s^b = \sqrt[4]{D_s^2 \cdot d^2}$$

$$GMD_{self} = D_s^b = \sqrt{D_s \cdot d}$$

Para um cabo de 3 condutores

$$D_s^b = \sqrt[3^2]{D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bb} \cdot D_{ba} \cdot D_{bc} \cdot D_{cc} \cdot D_{ca} \cdot D_{cb}}$$

$$D_s^b = \sqrt[9]{D_s^3 \cdot d^6}$$

$$D_s^b = \sqrt[3]{D_s \cdot d^2}$$

E para um cabo de 4 condutores temos:

$$D_s^b = \sqrt[4^2]{D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ad} \cdots D_{dd} \cdot D_{da} \cdot D_{db} \cdot D_{dc}}$$

$$D_s^b = \sqrt[16]{D_s^4 \cdot (d \cdot \sqrt{2})^4 \cdot (d^2)^4}$$

$$D_s^b = \sqrt[4]{D_s \cdot d^3 \cdot \sqrt{2}} = 1,09 \cdot \sqrt[4]{D_s \cdot d^3}$$

Ao utilizarmos a equação do cálculo da indutância devemos substituir  $D_s$  de um condutor simples pelo  $D_s^b$  do cabo múltiplo. Para  $D_{eq}$ , obtem-se precisão suficiente utilizando as distâncias entre CENTROS dos cabos múltiplos para  $D_{ab}$ ,  $D_{bc}$  e  $D_{ca}$ . O cálculo da DMG real entre os condutores de um cabo e os de outro resultaria em uma distância quase igual à existente entre os centros dos cabos.

Se precisarem de exemplos dos cálculos de reatância entrem em contato:

[vitorsmant@yahoo.com.br](mailto:vitorsmant@yahoo.com.br)